

Laplace

	$f(t)$	$\mathcal{L}[f](p)$
	1	$\frac{1}{p}$
	$e^{\sigma t}$	$\frac{1}{p - \sigma}$
Si $n \in \mathbb{N}$	$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{p^{n+1}}$
	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
	$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
	$g'(t)$	$p \mathcal{L}[g](p) - g(0)$
Si $n \in \mathbb{N}$	$\frac{t^n}{n!} e^{\sigma t}$	$\frac{1}{(p - \sigma)^{n+1}}$
Si $n \in \mathbb{N}$	$t^n g(t)$	$(-1)^n \frac{d^n \mathcal{L}[g](p)}{dp^n}$

Exemple de transformation

$e(t) = \tau \times vc'(t) + vc(t)$ soumis à un échelon de tension E avec des conditions initiales nulles.

$$\frac{E}{p} = \tau \times p \times Vc(p) + Vc(p)$$

$$\Leftrightarrow Vc(p) = \frac{E}{p} \times \frac{1}{1 + \tau \times p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{1 + \tau \times p}$$

On modifie l'équation pour obtenir la forme $\frac{1}{p} \times \frac{1}{p+a}$

$$\frac{E}{p} \times \frac{1}{1 + \tau \times p} = \frac{E}{p} \times \frac{1}{\tau \times (\frac{1}{\tau} + p)} = \frac{E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau}}{p + \frac{1}{\tau}}$$

On décompose en éléments simples :

$$\frac{E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau}}{p + \frac{1}{\tau}} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p + \frac{1}{\tau}}$$

- On multiplie par p et on fait tendre $p \rightarrow 0$

$$\frac{p \times E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau}}{p + \frac{1}{\tau}} = \frac{p \times A}{p} + \frac{p \times B}{p + \frac{1}{\tau}}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{p \times E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau}}{p + \frac{1}{\tau}} \right) = E \times \frac{\frac{1}{\tau}}{0 + \frac{1}{\tau}} = A + \frac{0 \times B}{1 + \tau \times 0}$$

$$A = E$$

- On multiplie par $p + \frac{1}{\tau}$ et on fait tendre $p \rightarrow -\frac{1}{\tau}$

$$\frac{E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau} \times (p + \frac{1}{\tau})}{p + \frac{1}{\tau}} = \frac{(p + \frac{1}{\tau}) \times A}{p} + \frac{(p + \frac{1}{\tau}) \times B}{(p + \frac{1}{\tau})}$$

$$\lim_{p \rightarrow -\frac{1}{\tau}} \left(\frac{E}{p} \times \frac{\frac{1}{\tau} \times (p + \frac{1}{\tau})}{p + \frac{1}{\tau}} \right) = \frac{E}{-\frac{1}{\tau}} \times \frac{\frac{1}{\tau} \times (p + \frac{1}{\tau})}{p + \frac{1}{\tau}} = \frac{(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau}) \times A}{-\frac{1}{\tau}} + B$$

$$B = -E$$

On obtient

$$\Leftrightarrow Vc(p) = \frac{E}{p} + \frac{-E}{p + \frac{1}{\tau}}$$

Avec la transformée inverse

$$Vc(t) = E - E \times e^{-\frac{t}{\tau}}$$