

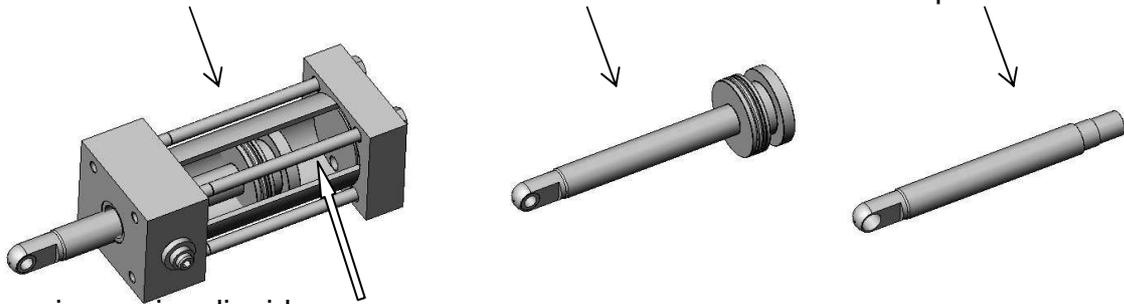
GÉNÉRALITÉS

1 – Définition

2 – Systèmes matériels et solides

Le système matériel :

Il peut être un ensemble.....un sous-ensemble.....une pièce



mais aussi un liquide ou un gaz

Le solide :

Il est supposé géométriquement parfait, indéformable,

homogène : _____

isotrope : _____

3 – Les actions mécaniques

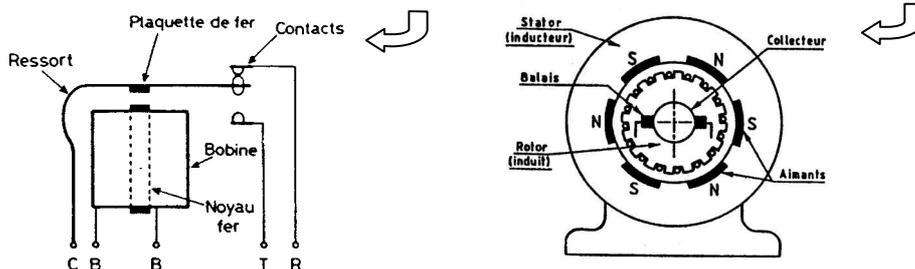
Ce sont les efforts qui s'exercent entre solides, à l'extérieur de ceux-ci. On peut les modéliser par des vecteurs. Elles peuvent s'exercer à distance ou par contact.

ACTIONS A DISTANCE

Définition : _____

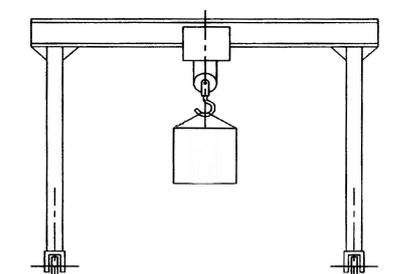
Elles peuvent être classées en 2 types :

- Aimantation : aimants permanents ou électro-aimants exercent des forces à distance qui engendrent une translation (relais) ou une rotation (moteur électrique) :



- Poids :
 - ☞ Point d'application :
 - ☞ Droite d'action :
 - ☞ Sens :
 - ☞ Intensité :
 - Unités :

Tracez le vecteur-poids \vec{P} de la charge de ce pont roulant :



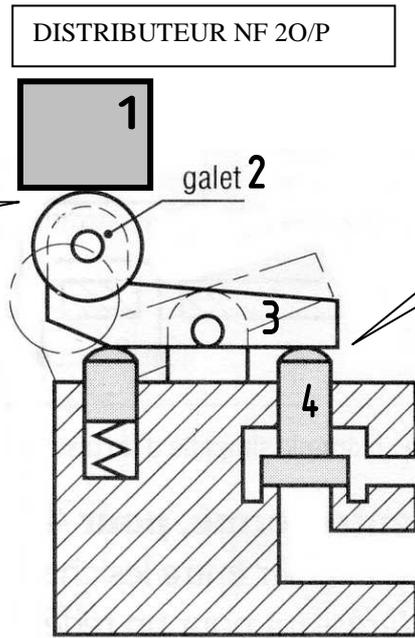
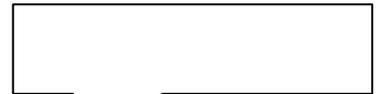
ACTIONS DE CONTACT

On les classe en 3 types suivant la forme du contact :

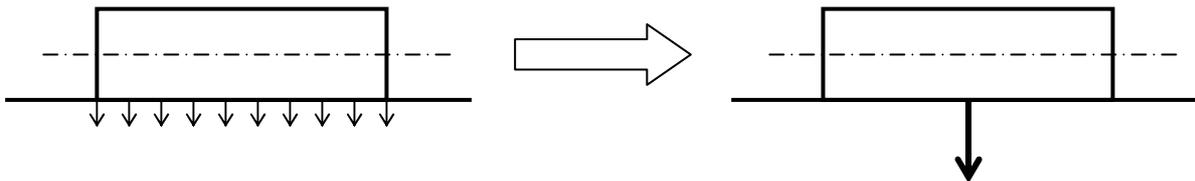
- **ACTION LINÉAIRE**
(cylindre/plan)



- **ACTION PONCTUELLE**
(sphère/plan)

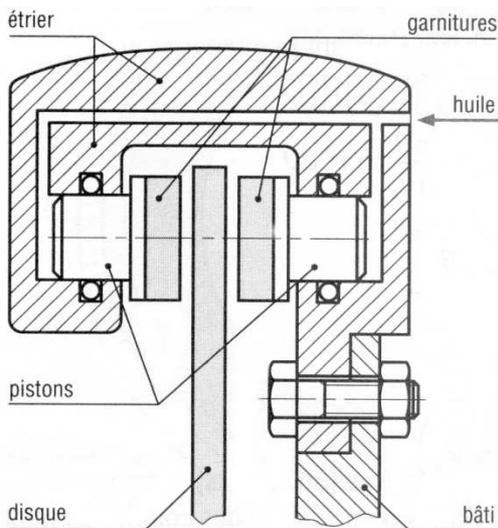


Pour simplifier les calculs, on peut remplacer l'action répartie uniforme par une action ponctuelle placée au centre :

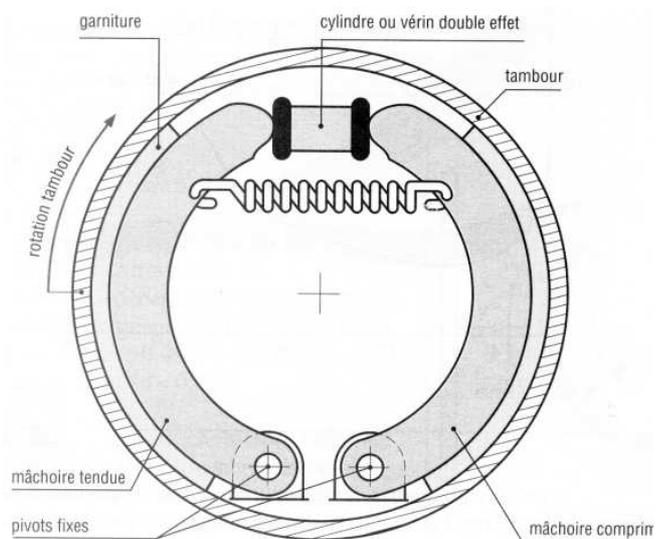


Par exemple, on remplacera une charge de 500N/m sur une longueur de 1,5m par une charge ponctuelle de _____

- **ACTION DE SURFACE**
Plan/plan :



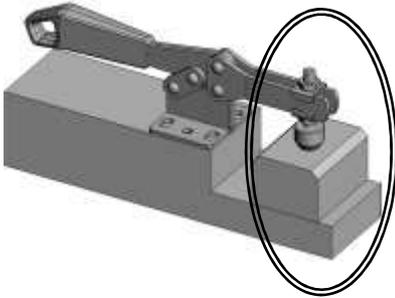
Cylindre/cylindre :



Pour simplifier les calculs, on peut remplacer l'action répartie uniforme par une action ponctuelle placée au centre de la surface.

PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

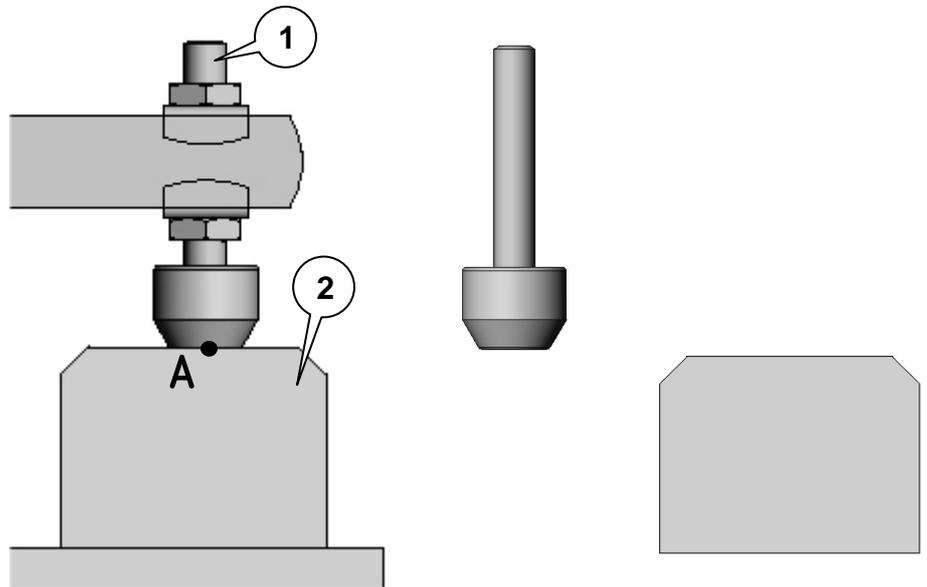
1 – Principe des actions mutuelles



Sur ce montage de map :

- 1 exerce une action sur 2
- 2 est immobile

donc :



Modélisez ces 2 actions sur l'assemblage, puis sur les dessins des pièces.

Caractéristiques de ces actions :

- point d'application :
- direction :
- sens :
- intensité :

2 – Énoncé du principe fondamental (PFS)

Il s'applique aux solides en équilibre par rapport à un repère fixe absolu, ainsi qu'aux solides en mouvement de translation rectiligne uniforme.

Un solide en équilibre sous l'action de n forces extérieures reste en équilibre si :

1- la somme vectorielle de ces forces est nulle :

$$\vec{S} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

le moment résultant en tout point de ces forces est nul :

$$M_{(P)} = M_{(P)}\vec{F}_1 + M_{(P)}\vec{F}_2 + \dots + M_{(P)}\vec{F}_n = 0$$

MÉTHODE DE RÉOLUTION

- **Isoler le système étudié**

Moyens : colorier sur le dessin d'ensemble, redessiner le système seul à coté...

- **Repérer les points ou zones de contact avec d'autres solides**

- **Modéliser les actions extérieures et les nommer**

C'est-à-dire représenter ces actions par des vecteurs.

Ne pas oublier les actions à distance !

Le nom de l'action est le nom du point d'application, et on précise quoi l'exerce sur qui, par exemple :

→
B_{2→3}

action exercée au point B par le solide 2 sur le solide 3

- **Faire le bilan de ces actions**

On utilise généralement un tableau sur ce modèle :

Force extérieure	Point d'application	Direction Sens	Intensité	Type de force

Dans les cases de ce tableau, on note tout ce qui est connu pour toutes les forces extérieures appliquées au système.

Lorsqu'on n'a pas l'information nécessaire pour renseigner une case, on y note un point d'interrogation.

Pour pouvoir résoudre un problème de statique plane avec des forces quelconques, on ne doit pas avoir plus de 3 inconnues.

- **Résoudre le problème**

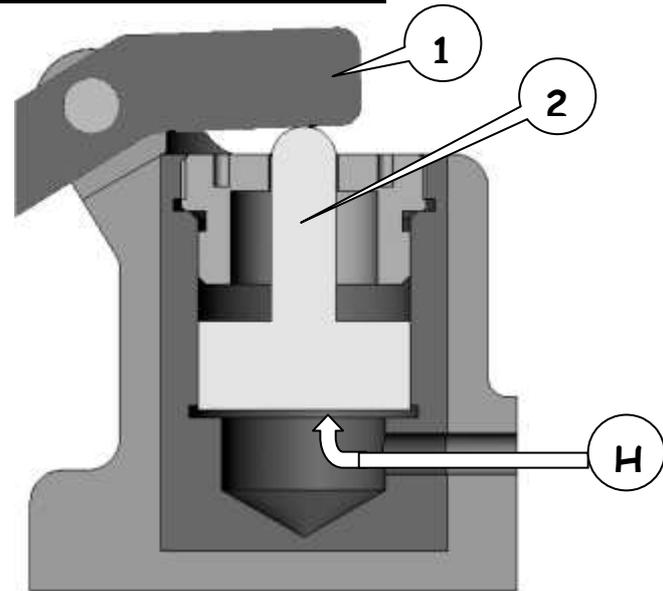
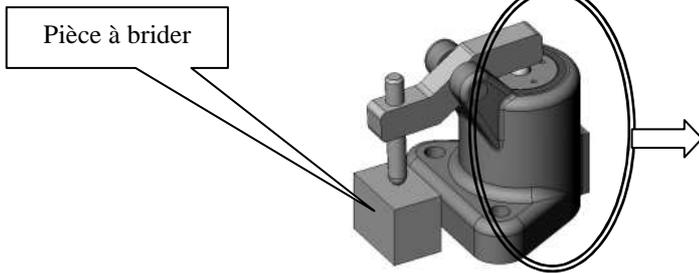
Deux méthodes possibles :

☞ Graphique : uniquement des tracés, aucun calcul autre que mise à l'échelle

☞ Analytique : uniquement des calculs

SOLIDE SOUMIS À 2 FORCES

Bride hydraulique

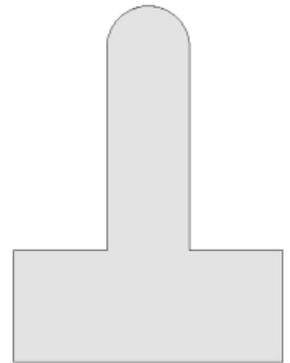


L'huile (H) exerce une force de 500N sur le piston (2).
 Celui-ci soulève le basculeur (1) qui va faire le maintien de la pièce à brider par l'intermédiaire d'une vis de réglage.
 L'ensemble simplifié est ici représenté en coupe :

ÉTUDIONS L'ÉQUILIBRE DU PISTON (2) selon la méthode de la page 4.

- ☞ Isolons le piston (silhouette ci-contre)
- ☞ Notons les points ou zones de contact avec d'autres systèmes :
- ☞ Modélisons les forces extérieures
- ☞ Faisons le bilan des forces extérieures :

Force	P.A.	D/S	I	Type



Peut-on résoudre le problème? _____
 Quelle force (de petite intensité) peut-on négliger ? _____
 Le piston est donc considéré comme soumis à 2 forces seulement.

☞ Essayons de résoudre le problème en appliquant le principe fondamental de la statique :

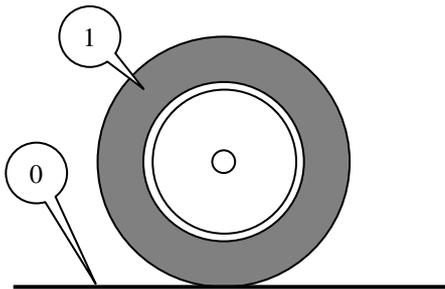
→ $S =$ _____ d'où : _____ donc :

$M_{(P)} =$ _____

Lorsqu'un solide est en équilibre sous l'action de 2 forces, ces 2 forces sont égales et opposées (même direction, même intensité, sens opposés)

EXEMPLES

Roue au sol



La roue 1 de masse 10kg est posée sur le sol 0 au point P.
Faites le bilan des forces qui s'exercent sur cette roue :

Force	P.A.	D/S	I	Type

Calculez les intensités: _____

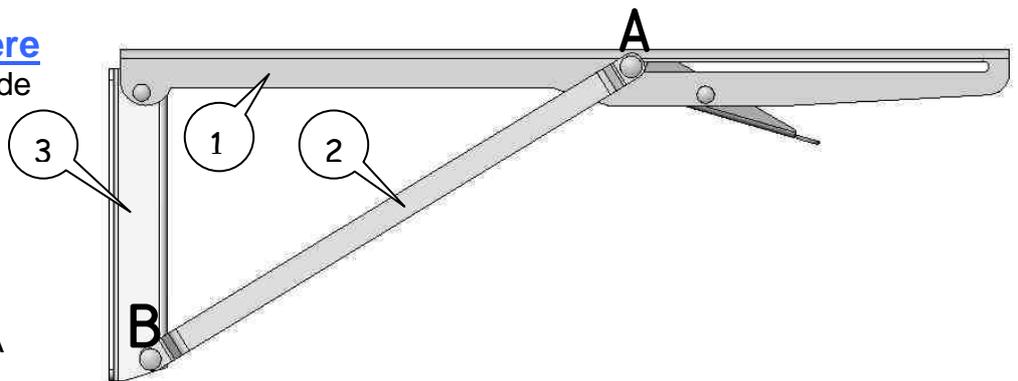
Tracez les vecteurs représentant ces forces sur le dessin (échelle 30mm → 100N)

Support pliable d'étagère

Le levier 1 exerce une force de 50N sur la biellette 2 en A.
On néglige le poids de 2.

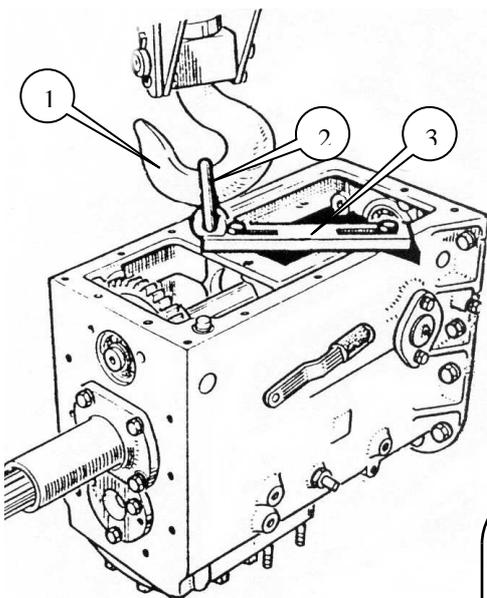
☞ Complétez le tableau de bilan pour la biellette 2.

☞ Modélisez les forces en A et B sur le dessin.



Force	P.A.	D/S	I	Type

Maillon de levage



On soulève une boîte de vitesses de tracteur (60kg) avec un palan par l'intermédiaire d'un crochet 1, d'un maillon 2 et d'une plaque 3.

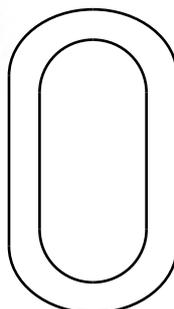
Isolez le maillon 2 et faites son bilan des forces :

Force	P.A.	D/S	I	Type

Quelle force peut-on négliger ? _____

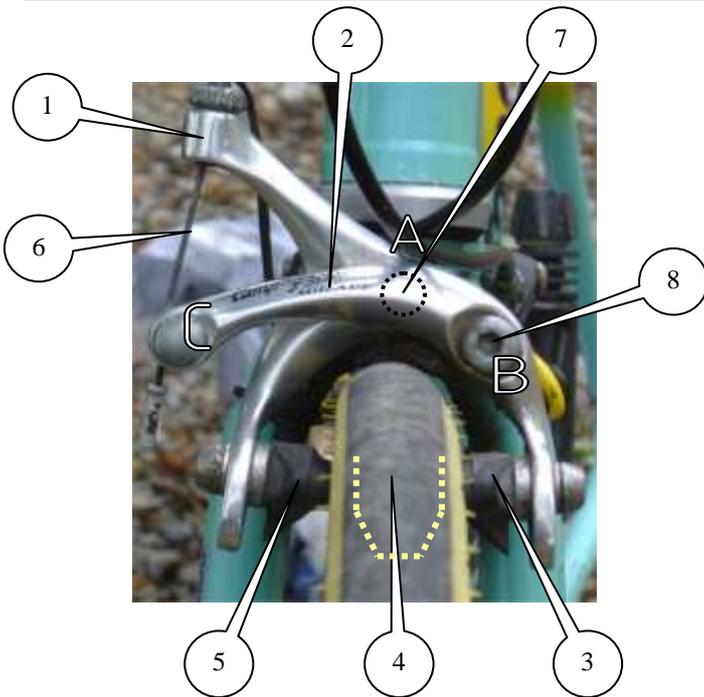
Calculez l'intensité des autres : _____

Tracez les vecteurs sur le dessin du maillon.
(échelle 10mm → 500N)



SOLIDE SOUMIS A 3 FORCES QUELCONQUES

1 – Méthode graphique



FREIN À 2 AXES

Fonctionnement :

Le câble 6 tire en C sur le levier 2, articulé en B sur l'axe 8. L'intensité de cette force est 100N. Le levier 1 est articulé en A sur l'axe 7 (invisible ici).

Les patins 3 et 5 frottent sur la jante 4, invisible ici.

On désire étudier l'équilibre du système L2, constitué du levier 2 et du patin 3 avec sa fixation, pour déterminer l'intensité de la force exercée par le patin sur la jante.

- ☞ Placez un point de couleur sur chaque point de contact entre L2 et un autre solide.
- ☞ Faites dans le tableau ci-dessous le bilan des forces qui s'exercent sur L2

Force	P.A.	D/S	l	Type

Combien y a-t-il d'inconnues ?

- ☞ Sur le dessin ci-contre : reportez les 2 directions connues
- ☞ Tracez P, leur point de concours

Appliquons maintenant le P.F.S. :

$M_{(P)} =$

$M_{(P)} \vec{B}_{8 \rightarrow L2} =$
Conclusion : _____



Lorsqu'un solide est en équilibre sous l'action de 3 forces quelconques, ces 3 forces sont concourantes

Il ne reste donc plus que 2 inconnues : les intensités.
 Appliquons maintenant l'autre partie du P.F.S. :

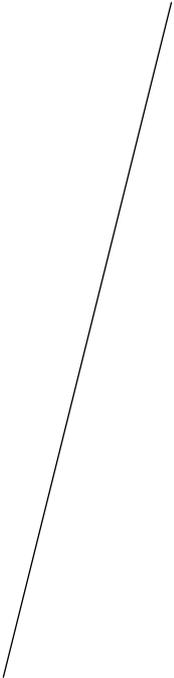
$\vec{S} =$

Les forces forment donc un triangle fermé (voir leçon sur la somme des vecteurs).

On l'appellera DYNAMIQUE DES FORCES.

Pour le tracer, on choisit une échelle des forces : par exemple 1mm \rightarrow 2N

- Tracez en premier lieu la force entièrement connue



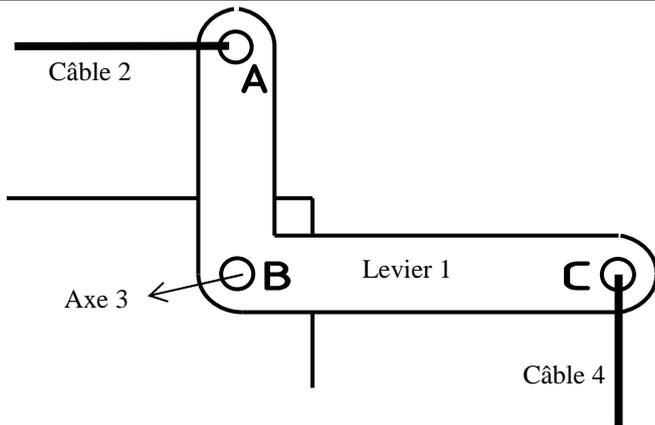
- Tracez depuis son origine la direction d'une des autres forces, et depuis son extrémité la direction de la dernière force.
En cas d'impossibilité, inversez !
- Tracez les 2 flèches manquantes, qui donnent le sens des forces.
- Notez le nom de chaque force
- Complétez le tableau de résultats :

Force	Module vecteur (mm)	Intensité (N)

Lorsqu' un solide est en équilibre sous l'action de 3 forces quelconques :

- ces 3 forces sont concourantes
- leur somme vectorielle est nulle

2 – Méthode analytique



Le câble 4 exerce une action verticale de 100N sur le levier 1 en C.
Celui-ci, articulé en B sur l'axe 3, exerce une action horizontale en A sur le câble 2.

On donne : $AB = 150\text{mm}$
 $BC = 240\text{mm}$

On veut déterminer :

- L'action du levier sur le câble 2
- L'action du levier sur l'axe 3

(les poids seront négligés)

Étude de l'équilibre du levier 1

☞ Complétez le tableau de bilan des forces exercées sur le levier

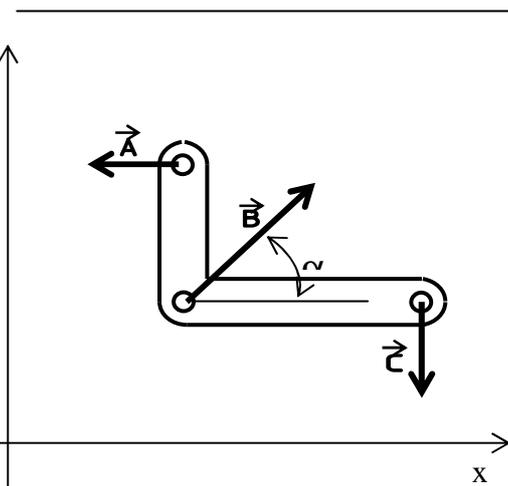
Force	P.A.	D/S	I	Type

Combien y a-t-il d'inconnues ?

☞ Appliquez le P.F.S. pour la somme des moments par rapport à B :

$$\|\vec{A}_{2 \rightarrow 1}\| =$$

☞ Appliquez la 2è partie du P.F.S. pour la somme des forces :



☞ Projetez cette somme sur les axes x et y :

sur y : _____ (1)

sur x : _____ (2)

Il reste encore 2 inconnues. Éliminons-en une en divisant (1) par (2) :

(1) \rightarrow _____ = _____ ou : _____ = _____ d'où : $\alpha =$

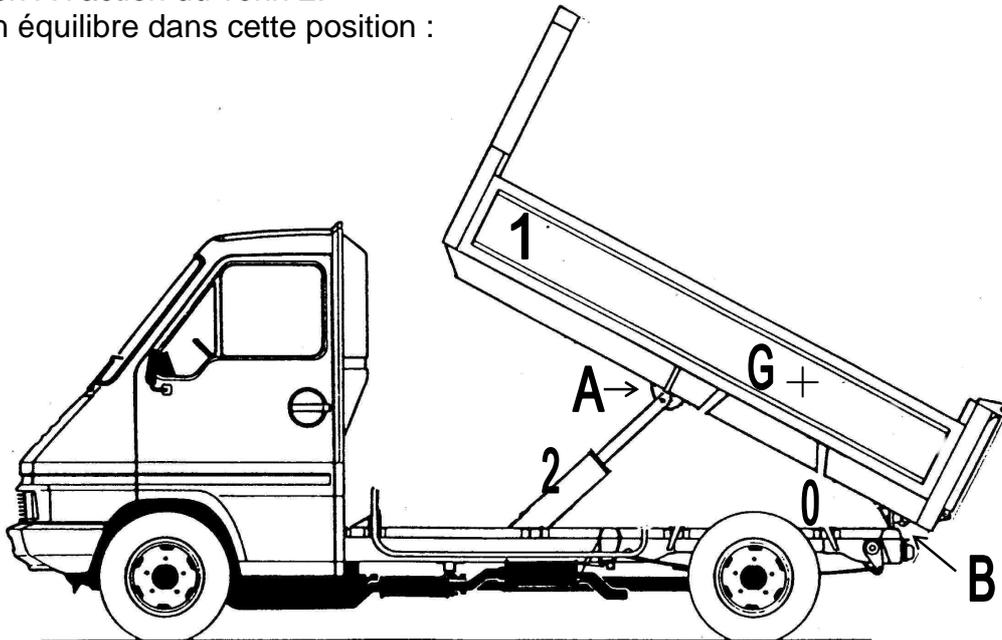
(2) Il ne reste plus qu'une inconnue : (1) \rightarrow

$$\|\vec{B}_{3 \rightarrow 1}\| =$$

EXEMPLE 1 : résolution graphique

Camion-benne

La benne 1 est articulée en B avec le châssis 0. Son poids est 10000N, contenu compris. Elle reçoit en A l'action du vérin 2. Étudiez son équilibre dans cette position :



- ☞ Isolez le système étudié (*par exemple en le coloriant*)
- ☞ Repérez les contacts avec d'autres solides
- ☞ Complétez le tableau de bilan des forces →

Force	P.A.	D/S	I

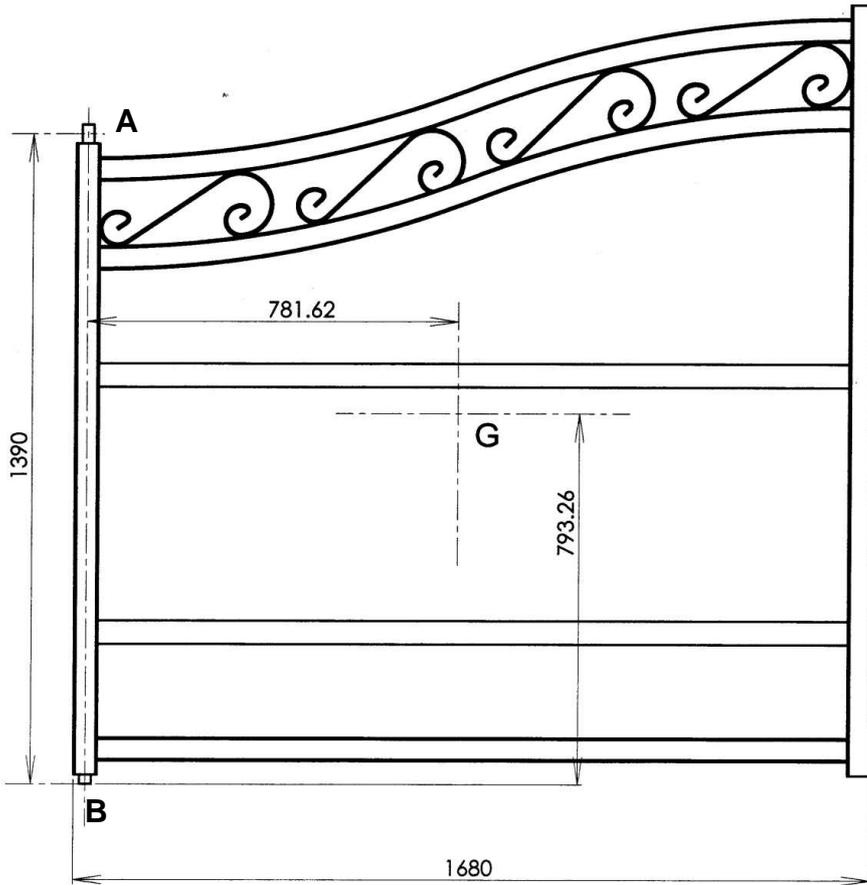
Combien y a-t-il d'inconnues ?

- ☞ Tracez ci-dessus les 2 directions connues
- ☞ Notez P leur point de concours
- ☞ Tracez la 3^è direction (*il ne reste plus que 2 inconnues*)
- ☞ Tracez ci-dessous le dynamique des forces (échelle 1mm→100N)

- ☞ Placez le sens des flèches
- ☞ Complétez le tableau des résultats :

Force	Module vecteur (mm)	Intensité (N)

Exemple 2 : résolution graphique



Ce vantail de portail (1), d'un poids de 300N est articulé en A sur un pilier (0) et en B au sol (0). L'action en A est supposée horizontale. On désire connaître l'intensité des actions en A et B pour calculer le diamètre minimum des axes.

☞ Complétez le tableau de bilan :

Force	P.A.	D/S	I

Combien reste-t-il d'inconnues?

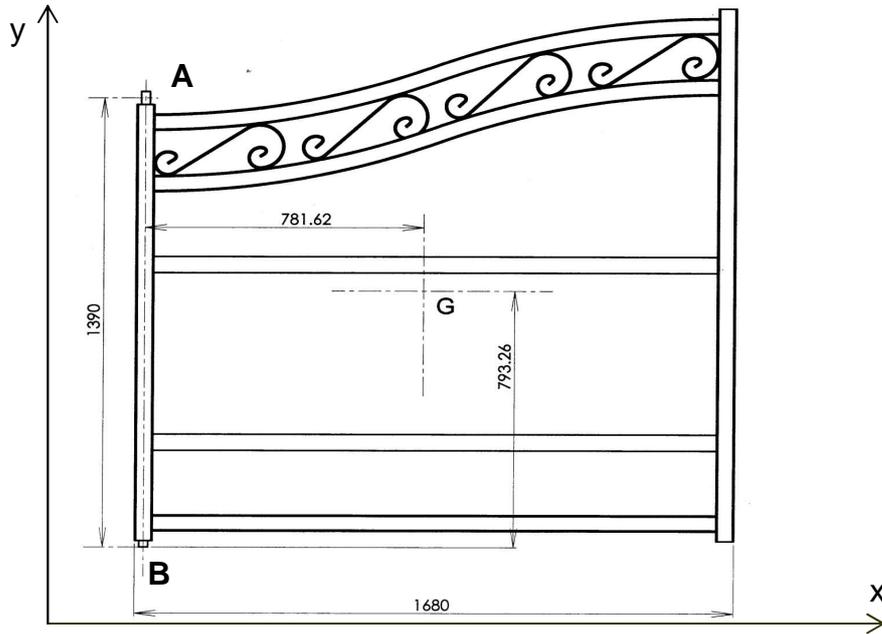
- ☞ Tracez les 2 directions connues
- ☞ Notez P leur point de concours
- ☞ Tracez la 3è direction
- ☞ Tracez ci-dessous le dynamique (échelle 1mm→3N)

- ☞ Placez le sens des flèches
- ☞ Complétez le tableau des résultats :

Force	Module vecteur (mm)	Intensité (N)

Vérification par le calcul

☞ Sur ce dessin, modélisez les forces s'exerçant sur le vantail (voir exemple page 9)



☞ Notez α l'angle de l'action en b par rapport à l'horizontale

☞ Calculez l'intensité de l'action en A en faisant la somme des moments en B :

$$\|A_{0 \rightarrow 1}\| =$$

☞ Écrivez la somme des projections sur y (équation 1):

☞ Écrivez la somme des projections sur x (équation 2):

☞ Divisez (1) par (2) :

$$\alpha =$$

☞ Reprenez (1) ou (2) pour calculer l'action en B :

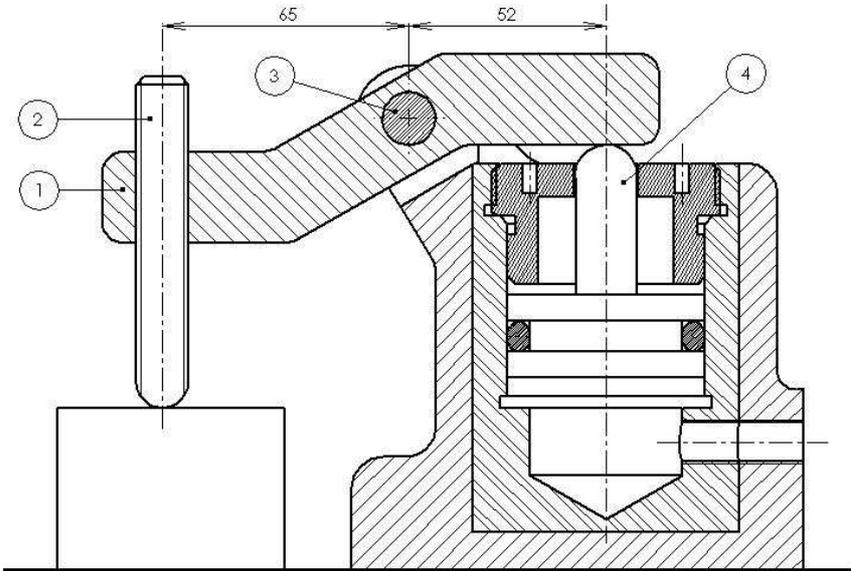
$$\|B_{0 \rightarrow 1}\| =$$

☞ Comparez les résultats avec ceux obtenus graphiquement.

SOLIDE SOUMIS À 3 FORCES PARALLÈLES

Les problèmes concernant les systèmes soumis à des forces // peuvent être résolus graphiquement ou par le calcul. Lorsque le nombre d'actions est faible, la méthode analytique (par le calcul) est plus rapide. Attention : 2 inconnues maximum !

MÉTHODE ANALYTIQUE

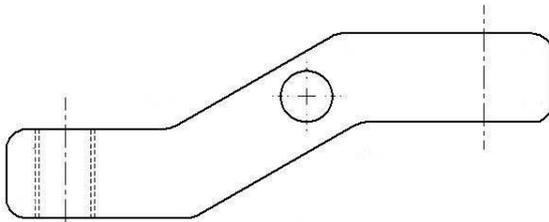


La bride hydraulique représentée ci-contre à l'échelle 1:2 est alimentée à une pression de 1Mpa.

On désire connaître l'intensité de la force exercée sur la pièce à maintenir, et celle de l'action subie par l'axe 3. On étudiera pour cela l'équilibre du basculeur 1.

☞ Calculez la force exercée par l'air sur le piston :

☞ Sur la vue ci-dessous, modélisez les actions subies par le basculeur 1 :



☞ Complétez son tableau de bilan :

Force	P.A.	D/S	I

Combien reste-t-il d'inconnues :

Le principe consiste à éliminer une inconnue en faisant la somme des moments par rapport à son point d'application :

$M_{()} =$ _____

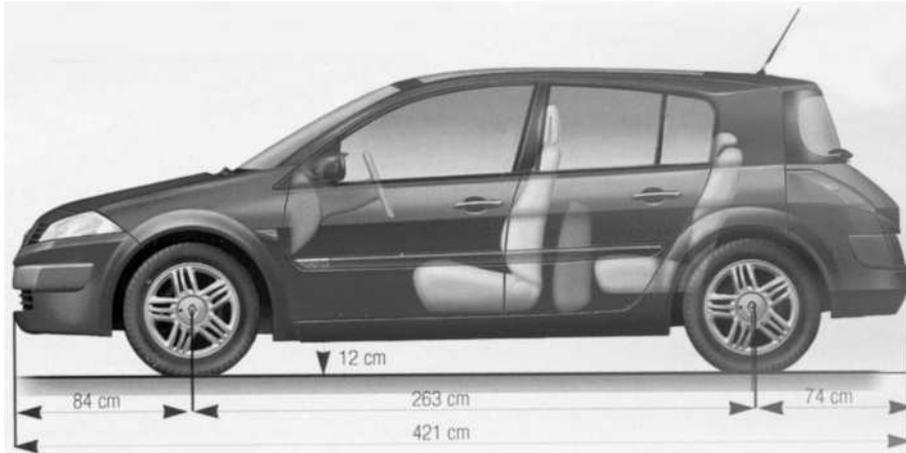
Pour la 2^e inconnue, on recommence à partir de l'autre point :

$M_{()} =$ _____

Il reste à vérifier que $\vec{S} = \vec{0}$:

Exemple 1

Mégane Renault



Sur ce véhicule, on relève 680kg sur le train avant et 485 kg sur le train arrière. On veut calculer son poids et la position du Cdt par rapport au train avant.

☞ Modélisez ci-dessus les actions exercées sur le véhicule. Notez « x » la distance train avant/CdG.

☞ Calculez son poids

☞ Complétez son tableau de bilan

Force	P.A.	D/S	I

☞ Faites la somme des moments par rapport au point de contact roue avant/sol :

☞ Déduisez la valeur de x :

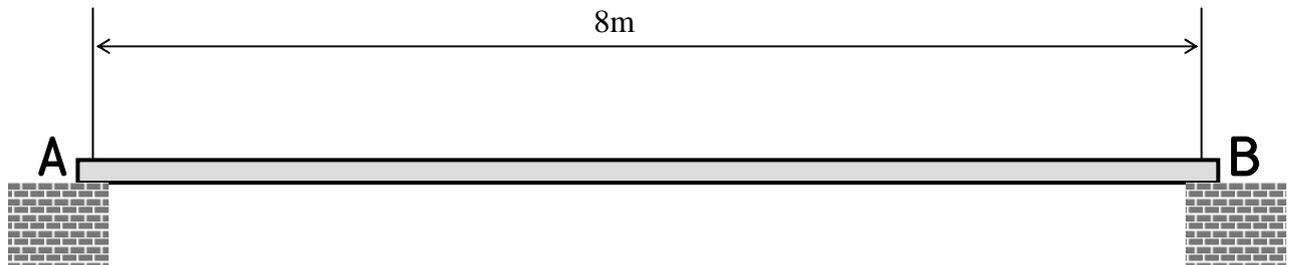
X = cm

☞ Vérification : recommencez à partir du train arrière

Exemple 2

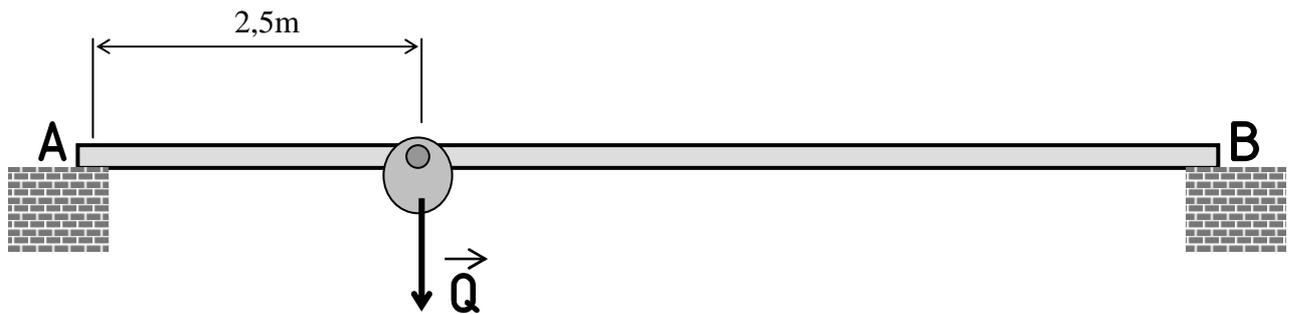
Pont roulant

La poutre(P) est un profilé UAP qui pèse 1800N. Il est en appui en A et B.



- ☞ Modélisez son poids et les actions aux appuis
- ☞ Calculez les intensités de ces actions :

On ajoute maintenant le chariot roulant :



On ne tient plus compte du poids de la poutre mais seulement de sa charge maxi : 15000N

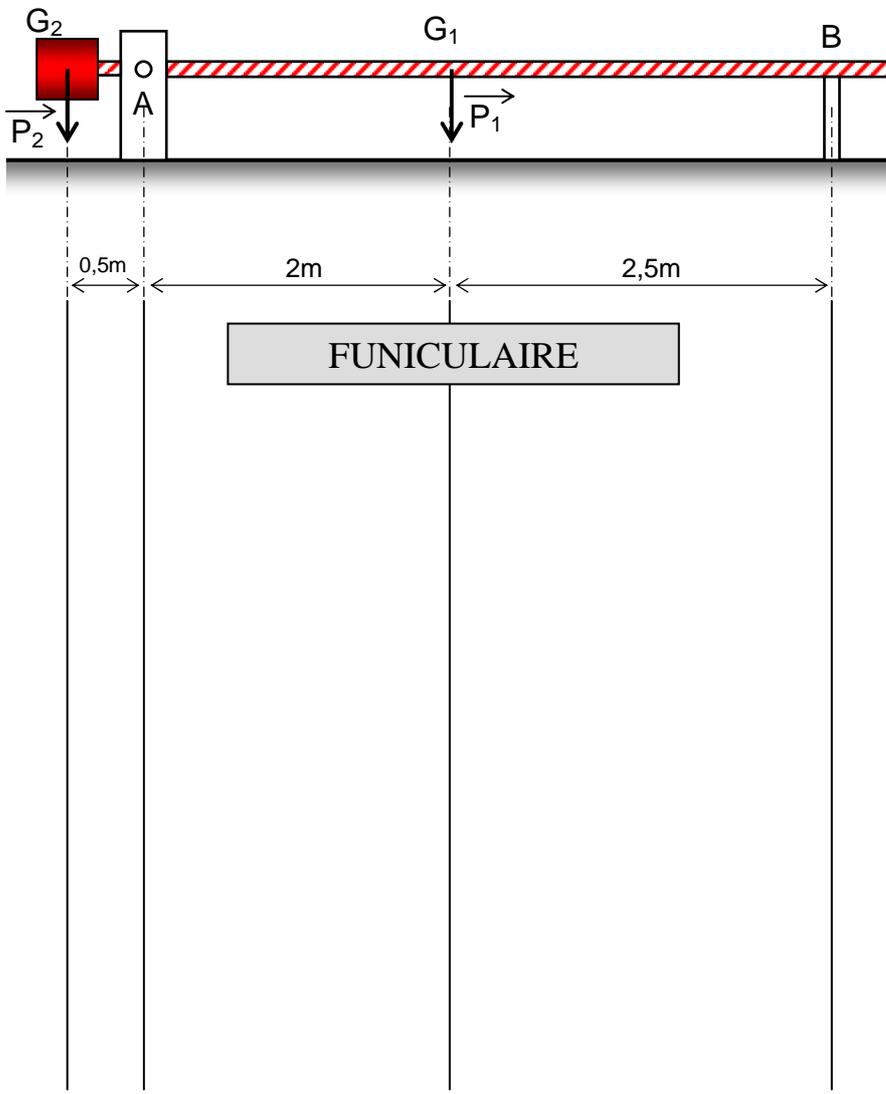
- ☞ Modélisez les actions aux appuis
- ☞ Calculez les intensités de ces actions :

- ☞ Calculez les intensités des actions totales en A et B (poids poutre + charge) :

SOLIDE SOUMIS À n FORCES PARALLÈLES

Lorsque le nombre d'actions est >3 , il peut être préférable d'utiliser la méthode graphique.
Attention : toujours 2 inconnues maximum !

MÉTHODE GRAPHIQUE



Cette barrière a un poids P_1 de 500N, situé en G_1 .
Le contrepoids a un poids P_2 de 1000N, situé en G_2 .
Le dessin est à l'échelle 1:50
On désire connaître les actions aux appuis A et B.

Le tracé se fait sur 2 graphiques, appelés **Funiculaire** (en dessous du dessin à l'échelle), et **Dynamique** (à droite du Funiculaire).

1- Sur le dynamique :

- Tracez une ligne (L) verticale (position quelconque)
- Tracez un **pôle** P (position quelconque, à droite de L)
- Tracez sur (L), dans l'ordre, les forces connues à l'échelle $1\text{mm} \rightarrow 20\text{N}$:

$$a \rightarrow b : \quad \vec{P}_2 \quad 1000\text{N} \rightarrow 50\text{mm}$$

$$b \rightarrow c : \quad \vec{P}_1 \quad 500\text{N} \rightarrow 25\text{mm}$$

$a \rightarrow c$ représente donc les 1500N de forces dirigées vers le bas.

- Tracez les **rayons polaires** reliant P aux points a, b et c.
- Numérotez-les dans l'ordre : 0, 1 et 2.

2- Sur le funiculaire :

- Reportez les rayons polaires :
 - sous P_2 tracez le rayon 0 (jusqu'à \vec{A}), et le rayon 1 (jusqu'à \vec{P}_1)
 - sous P_1 tracez le rayon 1 (déjà fait), et le rayon 2 (jusqu'à \vec{B})
- Fermez le funiculaire avec la ligne LF qui va d'une inconnue à l'autre

3- Sur le dynamique

- Reportez la ligne LF (*en conservant son inclinaison*) en partant de P jusqu'à la ligne (L) qu'elle croise en x.

Le segment a-c est coupé en 2 parties : ax et xc.

x-a, qui est entre LF et le rayon 0, correspond à \vec{A} : il mesure _____ mm \rightarrow _____ N

c-x, qui est entre LF et le rayon 2, correspond à \vec{B} : il mesure _____ mm \rightarrow _____ N

REMARQUE : $\vec{A} + \vec{B} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{0}$ (c'est le P.F.S. !)

VÉRIFICATION PAR LE CALCUL

Il vous reste à vérifier ces résultats en utilisant la somme des moments :

M(A)=

$\|\vec{B}\| =$ _____ N

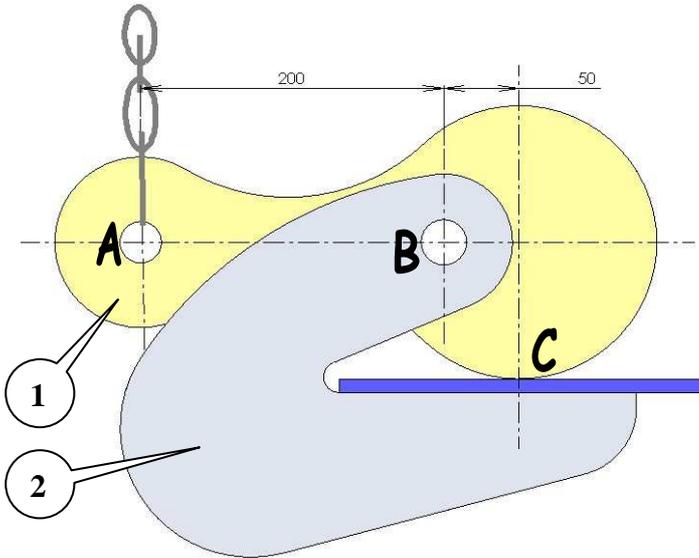
M(B)=

$\|\vec{A}\| =$ _____ N

Exemple 1 (calcul)

Levage de tôles

On soulève une plaque de tôle de 800N à l'aide de 2 lève-tôles :



→ Modélisez les actions subies par 1

→ Calculez leurs intensités :

→ $A_{chaîne/1}$

$$\|\vec{A}_{chaîne/1}\| = \quad N$$

→ $C_{tôle/1}$

$$\|\vec{C}_{tôle/1}\| = \quad N$$

→ $B_{axe/1}$

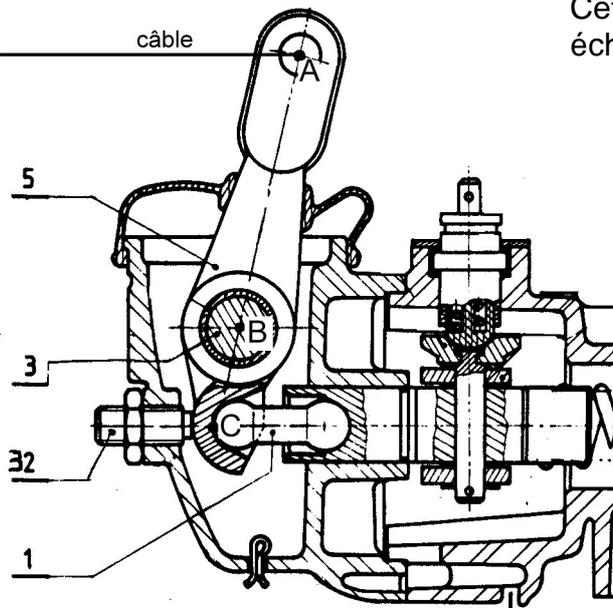
$$\|\vec{B}_{axe/1}\| = \quad N$$

Exemple 2 (calcul)

Centrale de freinage

Cette centrale de freinage représentée partiellement échelle 1 :2 est commandée par câble.

Au moment du freinage, l'effort sur le câble est de 200N. Il n'y a alors plus de contact entre 5 et 32.



→ Isolez le levier 5 en le coloriant

→ Modélisez les actions qu'il subit

→ Calculez leur intensité en B :

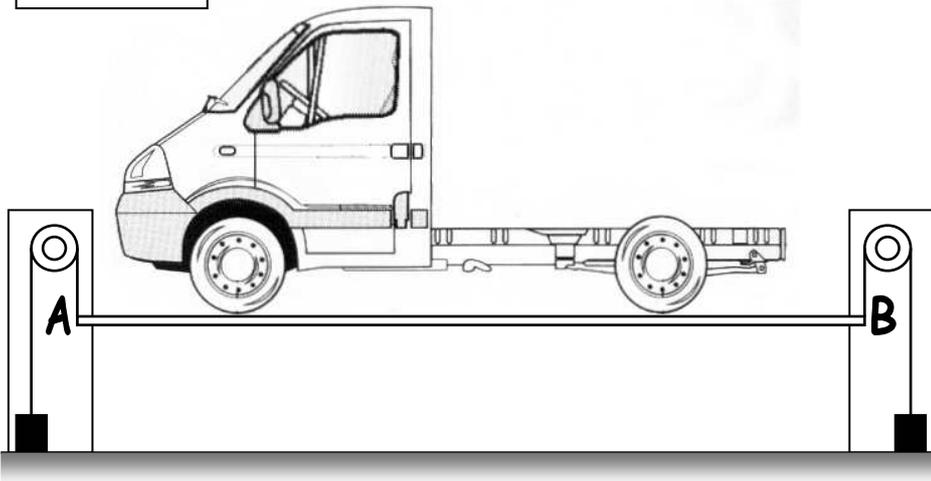
$$\|\vec{B}_{/5}\| = \quad N$$

→ Calculez leur intensité en C :

$$\|\vec{C}_{/5}\| = \quad N$$

Exemple 3 (graphique)

Échelle 1 : 50



Ce véhicule utilitaire a un poids de 12000N sur le train avant et 6000N sur le train arrière.

Calculez l'intensité des actions exercées sur les câbles en A et B (*le poids du plateau sera négligé*).

Suivez pour cela la méthode vue page 16.

$$\|\vec{A}\| =$$

N

$$\|\vec{B}\| =$$

N