GÉNÉRALITÉS

1 – OBJET DE LA CINÉMATIQUE

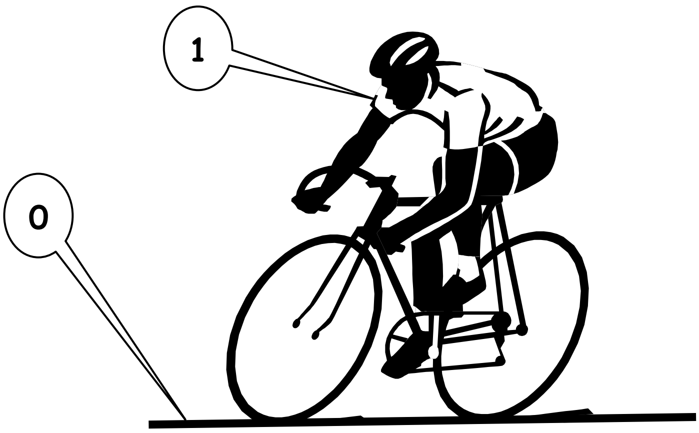
La cinématique est la partie de la mécanique qui étudie les mouvements sans tenir compte des forces qui les ont provoqués.
On étudiera donc :

- Les vitesses
- Les trajectoires
- Les espaces parcourus
- Les accélérations

2 – LES RÉFÉRENCES

- **LE SOLIDE DE RÉFÉRENCE**

Le mouvement d'un solide est défini par rapport à un autre solide pris comme référence. Ce dernier est donc appelé :
SOLIDE DE RÉFÉRENCE

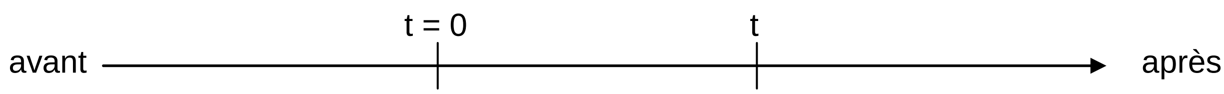


Notation : le mouvement du cycliste 1 par rapport au sol 0 sera noté :

Mvt 1/0

- **LE REPÈRE DE TEMPS**

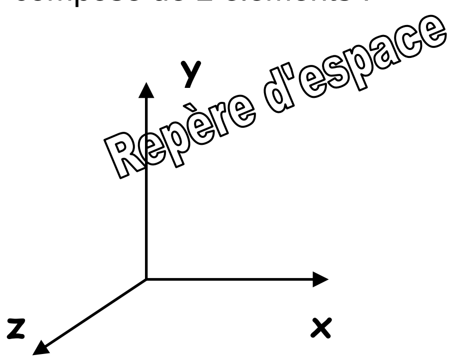
En mécanique classique, le temps est considéré comme absolu et uniforme :



L'unité de temps est la seconde

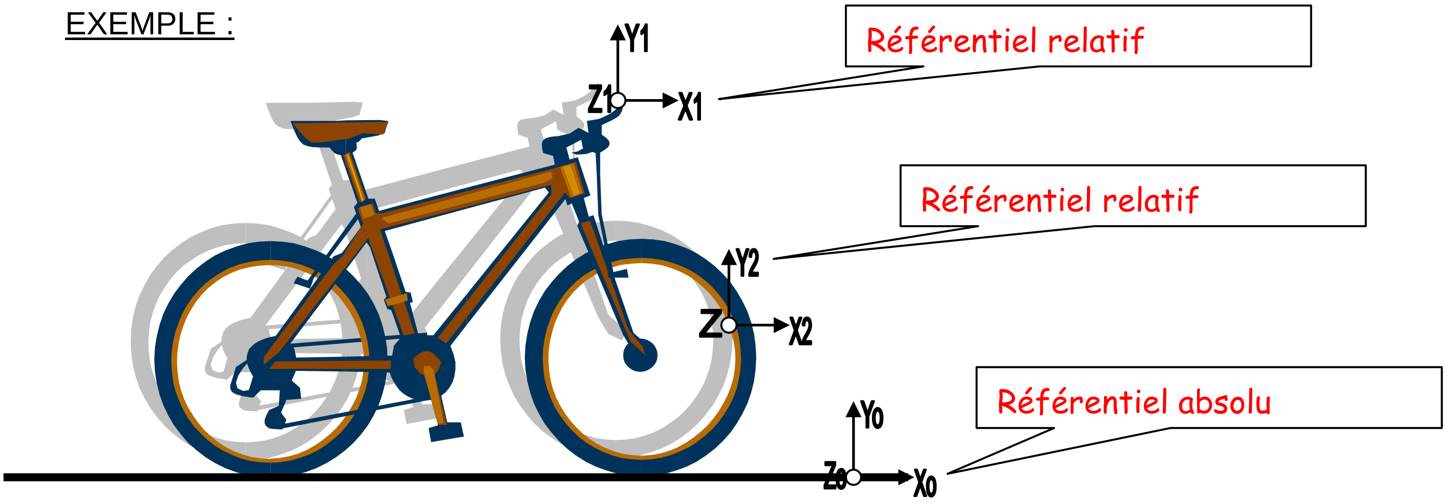
- **LE SYSTEME DE RÉFÉRENCE**

Il se compose de 2 éléments :



Le mouvement est dit « ABSOLU » s'il est décrit par rapport à un système de référence absolu, c'est-à-dire un référentiel au repos absolu (pour nous : la terre).
Le mouvement est dit « RELATIF » s'il est décrit par rapport à un système de référence relatif, c'est-à-dire un référentiel en mouvement.

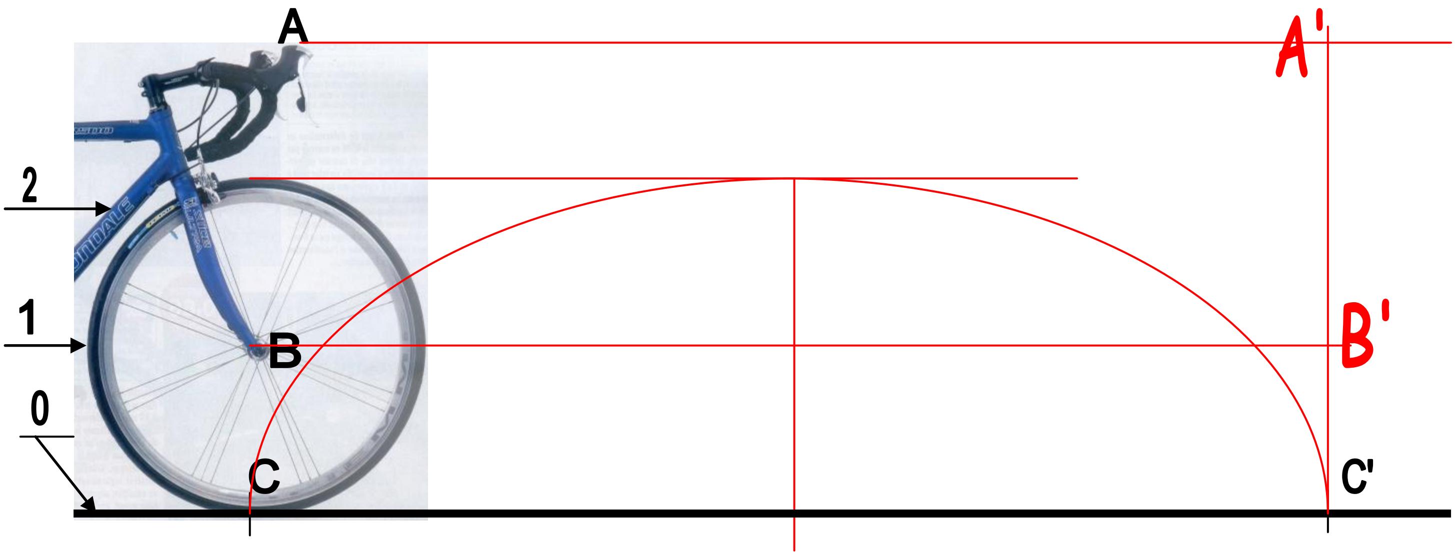
EXEMPLE :



3- LES TRAJECTOIRES

DÉFINITION : courbe définie par les positions successives d'un point appartenant à un solide en mouvement.
NOTATION : la trajectoire du point A appartenant au solide 1 par rapport au solide 2 sera notée : $T_{A \in 1/2}$

EXEMPLES :



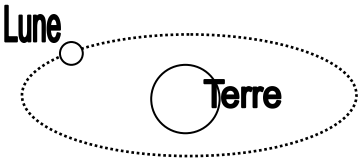
Pour un tour de roue, définissez et tracez les trajectoires :

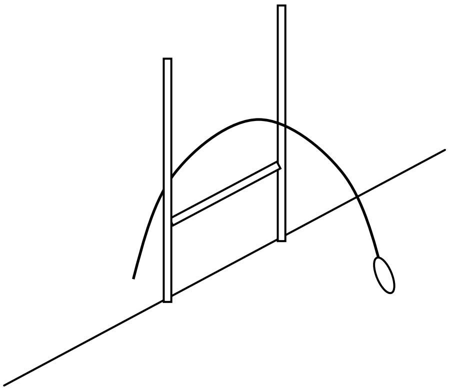
$T_{A \in 2/0}$ segment AA'
$T_{B \in 2/0}$ segment BB'
$T_{C \in 1/2}$ cercle centre B rayon BC
$T_{B \in 1/2}$ point B
$T_{C \in 1/0}$ cycloïde CC'

Autres exemples de trajectoires :

☞ Le ballon de rugby, il décrit une parabole

☞ la lune tourne autour de la terre en décrivant une elllipse





4- MOUVEMENTS DES SOLIDES

☞ Mouvement de translation

Si la trajectoire de chaque point est une droite, on parle de

Translation rectiligne

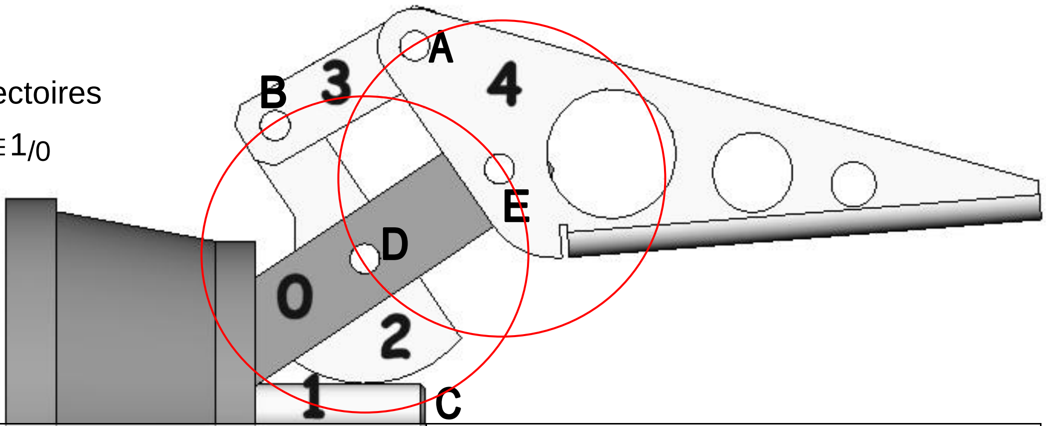
Si la trajectoire de chaque point est un cercle mais que le solide ne change pas d'orientation pendant le mouvement, on parle de :

Translation circulaire

☞ Mouvement de rotation

Lorsque la trajectoire de chaque point est un cercle et que le solide change d'orientation pendant le mouvement.

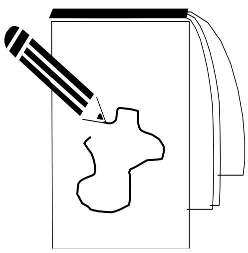
Exemples : tracez les trajectoires $T_{A\in4/0}$, $T_{B\in2/0}$, $T_{C\in1/0}$ puis complétez le tableau .

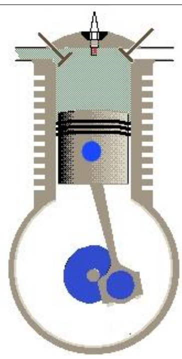


Solides	Mouvement	Caractéristiques
1 / 0	Translation rectiligne	Axe du piston
2 / 0	Rotation	Centre D
4 / 0	Rotation	Centre E
3 / 0	Translation circulaire	

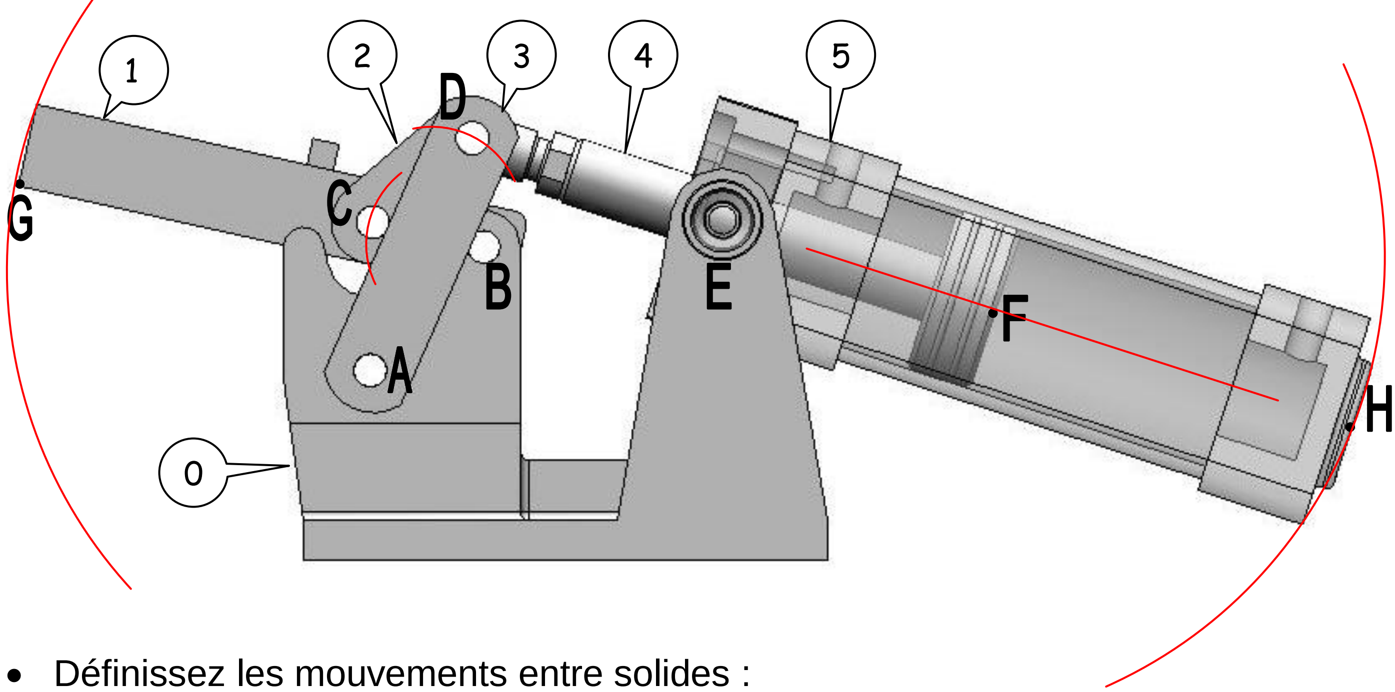
☞ Mouvement plan

Lorsque la trajectoire est une courbe quelconque mais dans le plan :





APPLICATION : BRIDE HYDRAULIQUE



- Définissez les mouvements entre solides :

	Mouvement	Caractéristiques
1/0	Rotation	Centre B
2/0	Mouvement plan	
3/0	Rotation	Centre A
4/0	Mouvement plan	
5/0	Rotation	Centre E
4/5	Translation rectiligne	Axe du vérin

- Définissez les trajectoires et tracez-les sur le dessin

$T_{G\in 1/0}$	Cercle centre B rayon BG
$T_{C\in 1/0}$	Cercle centre B rayon BC
$T_{D\in 3/0}$	Cercle centre A rayon AD
$T_{F\in 4/5}$	Axe du vérin
$T_{H\in 5/0}$	Cercle centre E rayon EH

MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORME

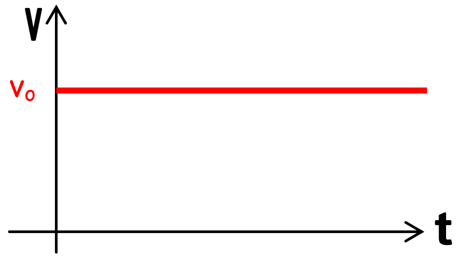
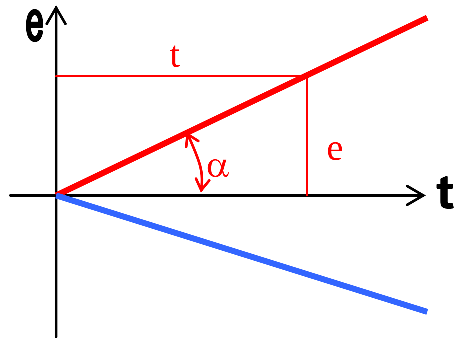
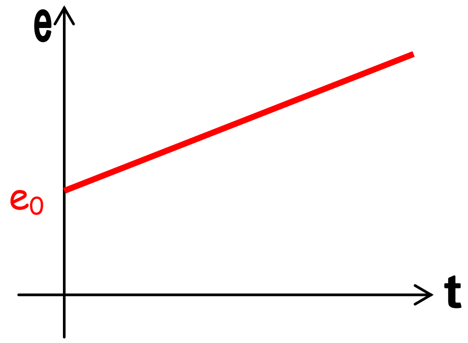
1- DÉFINITION

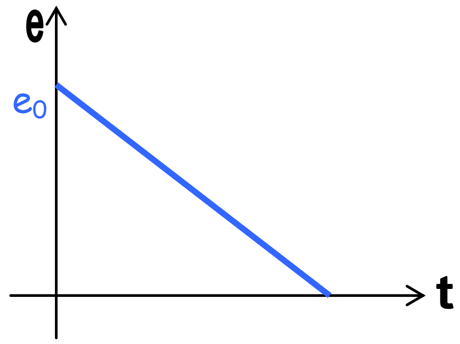
La trajectoire est une droite

La vitesse est constante

L'accélération est nulle

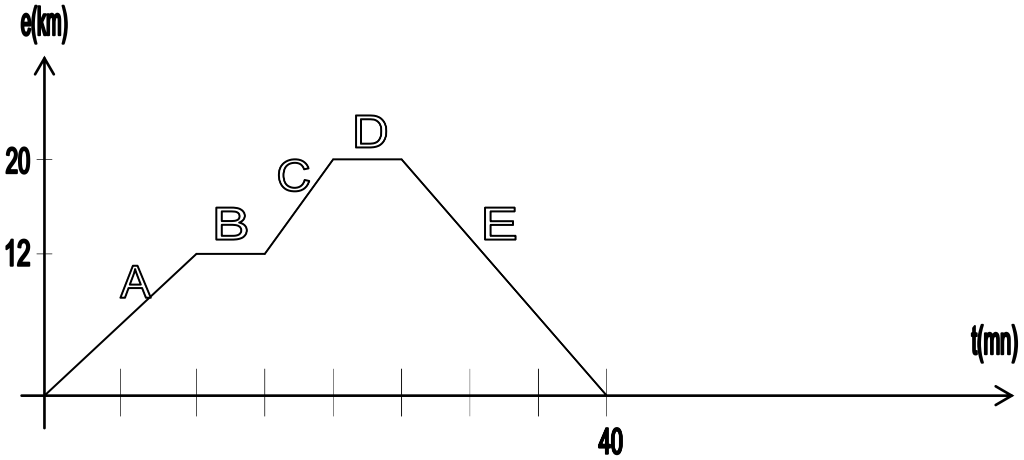
2- LOIS DU MOUVEMENT

<table>
<tr><td>a
Accélération en m.s^{-2}</td><td>$a_{(t)} = 0$</td><td></td></tr>
<tr><td>v
Vitesse en m.s^{-1}</td><td>$v_{(t)} = v_0$
v_o: vitesse initiale</td><td>
</td></tr>
<tr><td>e
Espace parcouru en m</td><td>$e_{(t)} = v_0 \times t$
$e / t = \tan \alpha = v$
la pente de la droite est proportionnelle à la vitesse
v peut être <0</td><td>
</td></tr>
<tr><td>e</td><td>Si un espace e_0 a déja été parcouru au temps t=0 :
$e_{(t)} = e_0 \pm (v_0 \times t)$
si v<0 :
e=0 quand $v_0 t = e_0$</td><td>


</td></tr>
</table>

APPLICATION

Voici le diagramme $e_{(t)}$ simplifié du déplacement d'un véhicule :

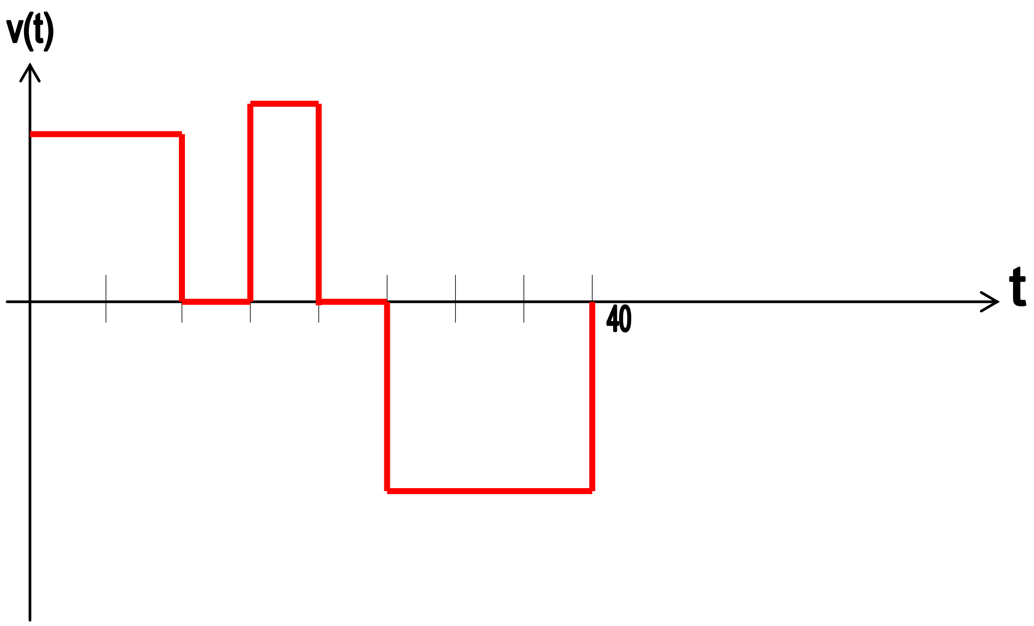


Complétez ce tableau d'après le diagramme :

	Temps mis en mn	Espace parcouru en km	V_{moy} en $km.h^{-1}$	V_{moy} en $m.s^{-1}$
A	10	12	72	20
B	5	0	0	0
C	5	8	96	26.7
D	5	0	0	0
E	15	20	80	22.2
TOTAL	40	40	60	16.7

Tracez ci-dessous le diagramme $v_{(t)}$:

(vous choisirez une échelle pour les vitesses)

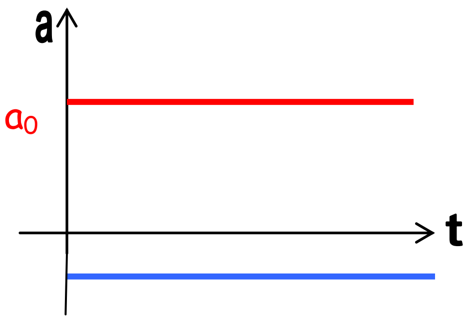
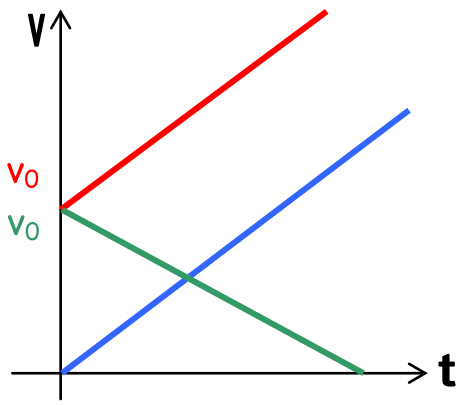
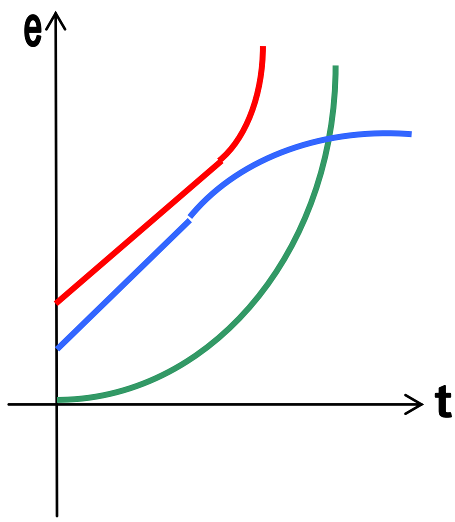


MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMÉMENT VARIÉ

1- DÉFINITION

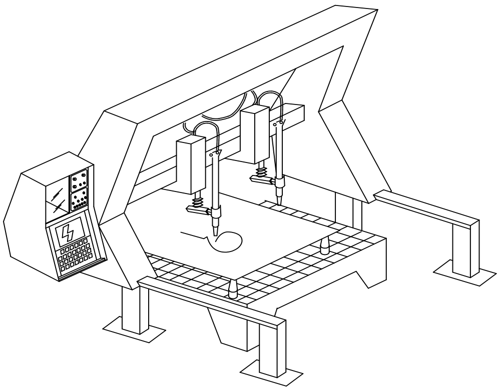
La trajectoire est une droite
La vitesse est variable
L'accélération est constante

2- LOIS DU MOUVEMENT

a	$a_{(t)} = a_0$ a peut être < 0	
v	$v_{(t)} = v_0 \pm (a_0 \times t)$ a < 0 Ou si $V_0=0$: $v_{(t)} = a_0 \times t$	
e	$e_{(t)} = e_0 + (v_0 \times t) + (\frac{1}{2} a_0 \times t^2)$ si a < 0 Ou si $V_0=0$ et $e_0=0$: $e_{(t)} = \frac{1}{2} a_0 \times t^2$	

APPLICATION : CHARIOT DE DÉCOUPE PLASMA

Le chariot de cette machine atteint la vitesse de $10 cm.s^{-1}$ en 2 secondes (phase 1). Il évolue ensuite à vitesse constante pendant 8 secondes (phase 2), puis s'arrête sur 12,5cm (phase 3).
Les accélérations et décélérations sont constantes.



Déterminez les équations de mouvement pour les 3 phases, puis tracez les courbes correspondantes.

- ## PHASE 1

Calcul de a_1

$a = v / t = 10 / 2$ — $a_1 =$ 5 $cm.s^{-2}$

Équation de vitesse — $V_{1(t)} =$ $5t$

Équation d'espace — $X_{1(t)} =$ $2.5\,t^2$

Valeur de x_1 pour t = 2 — $x_1 =$ 10 cm

- ## PHASE 2

Valeur de a_2 — $a_2 =$ 0 $cm.s^{-2}$

Valeur de la vitesse — $V_2 =$ 10 $cm.s^{-1}$

Équation d'espace — $X_{2(t)} =$ $10t + 10$

Valeur de x_2 pour t = 8 — $x_2 =$ 90 cm

- ## PHASE 3

Calcul de a_3

$a = v^2/2e = 100/25$

$a_3 =$ 4 $cm.s^{-2}$

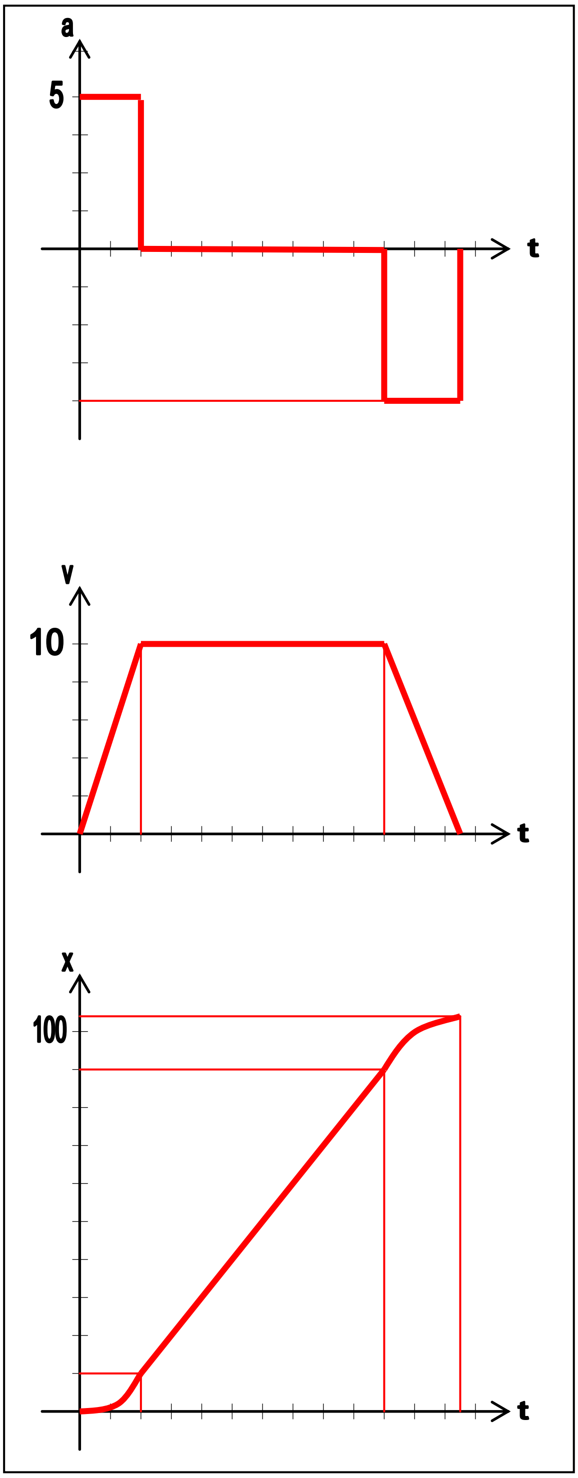
Équation de vitesse — $V_{3(t)} =$ $4t$

Équation d'espace — $X_{3(t)} =$ $2t^2 + 90$

Calcul de t_3

$t = v / a = 10 / 4$ — $t_3 =$ 2.5 s

Rappel — $x_3 =$ 12.5 cm

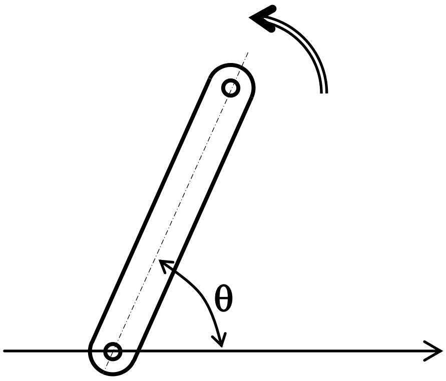


MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

1- DÉFINITION

La trajectoire est un cercle
La vitesse est constante
L'accélération est nulle

2- LOIS DU MOUVEMENT



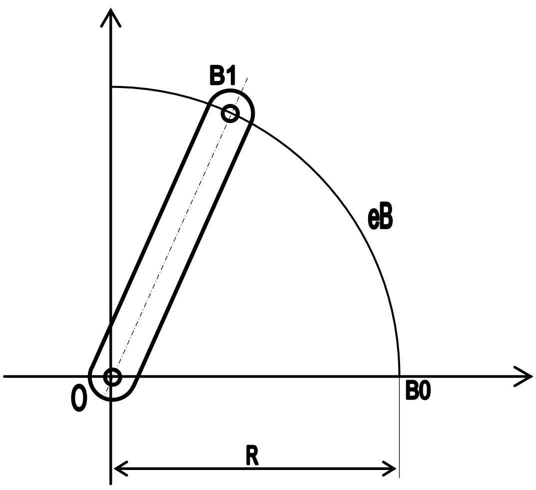
Les grandeurs en question sont :

Grandeur	Définition	Unité
α	Accélération angulaire	Rad.s-2
ω	Vitesse angulaire	Rad.s-1
θ	Angle parcouru	rad

Les équations sont de la même forme que celles du mouvement rectiligne :

$\alpha = 0$ $\omega_{(t)} = \omega_0$ $\theta_{(t)} = \omega_0 \times t$

3- VITESSE DU POINT



Pendant la rotation, le point B passe de B_0 à B_1.
Il parcourt la distance e_B.
Sa vitesse linéaire (en $m.s^{-1}$) est :

$$v_B = \omega_0 \times R$$

L'espace qu'il parcourt (en m) est :

$$e_B = \omega_0 \times R \times t$$

R est la distance du point à l'axe de rotation

4- Fréquence de rotation

La fréquence est l'expression d'un nombre d'évènements par unité de temps.
Exemple : la rotation d'une broche de perceuse exprimée en tours par minute.
Relation entre vitesse angulaire / vitesse linéaire / fréquence de rotation :

$\omega = \pi N /30$ $v = \pi N R /30$

APPLICATION

TRANSMISSION 2X10 VITESSES :

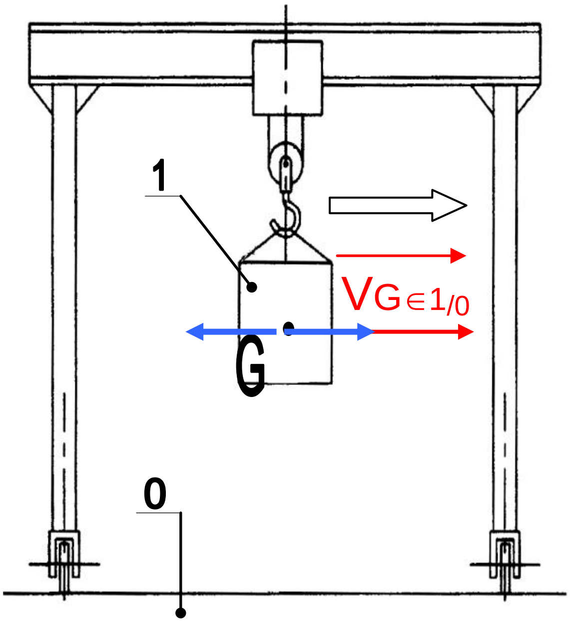
Plateaux 52 dents (ø210) et 39 dents (ø160)
Pignons 13/14/15/16/17/18/19/20/21/22
Fréquence de pédalage : 1 tour par seconde
Roues ø700
Manivelles longueur 175
On note Z le nombre de dents et N la fréquence de pédalage.

Complétez le tableau :

	Développement maxi	Développement mini	Unité
$Z_{plateau}$	52	39	
Z_{pignon}	13	22	
Rapport $Z_{plateau}/Z_{pignon}$	4	1.77	
$N_{pédalier}$	60	60	$t.mn^{-1}$
$\omega_{pédalier}$	60π/30= 6.28	60π/30= 6.28	$rad.s^{-1}$
$N_{roue\ arrière}$	60x4= 240	60x1.77= 106.2	$t.mn^{-1}$
$\omega_{roue\ arrière}$	240π/30= 25.13	106.2π/30= 11.12	$rad.s^{-1}$
$V_{cycliste}$	25.13x0.35= 8.79	11.12x0.35= 3.89	$m.s^{-1}$
$V_{cycliste}$	8.79x3600/1000= 31.66	3.89x3600/1000= 14	$Km.h^{-1}$
$V_{chaîne}$	6.28x0.105= 0.65	6.28x0.08= 0.5	$m.s^{-1}$
$V_{pédale}$	6.28x0.175= 1.1	6.28x0.175= 1.1	$m.s^{-1}$
Le cycliste roule à vitesse constante pendant 30 minutes			
Distance parcourue	31.66/2= 15.83	14/2= 7	km
Nb de tours de roue	15830/0.7π= 7198	7000/0.7π= 3183	
Nb de tours pédalier	7198/4= 1800	3183/1.77= 1800	

VECTEURS VITESSE et ACCÉLÉRATION

1 - EN TRANSLATION RECTILIGNE



- **La vitesse instantanée** d'un point peut être modélisée par un vecteur :

$$\overrightarrow{V_{G\in 1/0}}$$

Caractéristiques de ce vecteur :
- point d'application : G
- direction : celle de la translation
- sens : celui du mouvement
- module : v

Remarque : tous les points du solide en translation ont des vecteurs vitesse identiques.

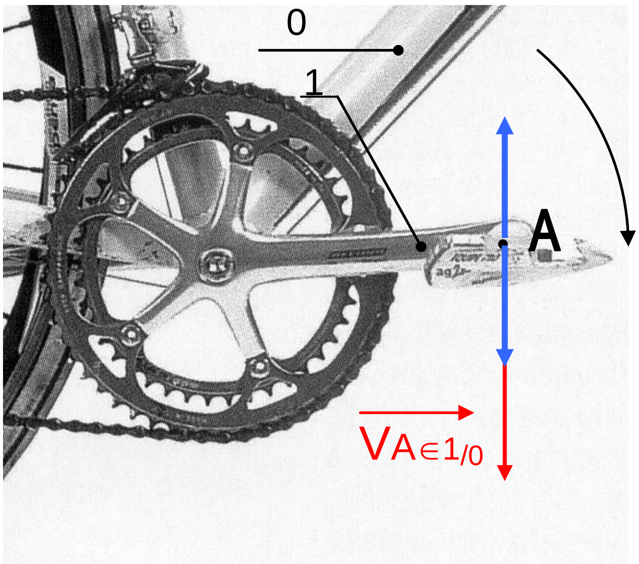
- **L'accélération** du point peut aussi être modélisée par un vecteur :

$$\overrightarrow{a_{G\in 1/0}}$$

Caractéristiques de ce vecteur :
- point d'application : G
- direction : celle de la translation
- sens : du mouvt si a>0, sinon sens inverse
- module : a

Remarque : tous les points du solide en translation ont des vecteurs accélération identiques.

2- EN ROTATION



- **La vitesse instantanée** d'un point peut être modélisée par un vecteur :

$$\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$$

Caractéristiques de ce vecteur :
- point d'application : A
- direction : tangente en A à la trajectoire
- sens : de la rotation
- module : $v = \omega \times R$

Remarque : les vitesses sont proportionnelles à la distance point / centre de rotation.

- **Les accélérations :** il en existe deux : une normale $\mathbf{a_N}$ et une tangantielle $\mathbf{a_T}$. $\mathbf{a_T}$ n'existe pas si la rotation est uniforme. Elle peut être modélisée par un vecteur :

$$\overrightarrow{a_{T A\in 1/0}}$$

- point d'application : A
- direction : tangente en A à la trajectoire
- sens : de la rotation si a>0 sinon inverse
- module : a